

ÖNSÖZ

Değerli Öğretmenler ve Sevgili Öğrenciler,

Galata Eğitim Kurumları, 2005'ten bugüne YÖS, SAT ve TÖMER sınavlarına hazırlanan öğrencilere eğitim ve öğretim faaliyetlerinin yanı sıra rehberlik hizmetleri de veren bir eğitim kurumudur. Kurumumuz, ülkemizde YÖS'e girecek olan öğrencilere ve dünyanın farklı yerlerinden ülkemize gelen uluslararası öğrencilere YÖS'e hazırlanma aşamasında şu hizmetleri vermektedir:

- Ders çalışma teknikleri,
- Üniversite ve bölüm bilgileri,
- Başvuru ve tercih aşamasında rehberlik hizmetleri verme.

Öğrencilerimizin bu aşamalardan doğru yönlendirmelerle geçerek adım adım başarıya ulaşması sağlanmaktadır.

Elinizde bulunan Matematik 2 Konu Anlatım + Soru Bankası Kitabı, üniversitelerin son yıllarda YÖS'te sormuş oldukları yeni tarz sorulara göre hazırlanmıştır. Bütün konuları kapsayacak şekilde her tarz sorudan hazırlanan kitabımız, sizleri başarıya ulaştıracak ve sınavlarda karşınıza çıkacak sorularda sizlere pratiklik kazandıracaktır. Değerli öğretmenlerimize ve sevgili öğrencilerimize faydalı olması dileğiyle.

FOREWORD

Dear Teachers and Students,

Galata Educational Institutions is an educational institution that has been providing education and training activities as well as guidance services to students preparing for YÖS, SAT and TÖMER exams since 2005.

Our institution provides the following services to students who will enter YÖS in our country and international students who come to our country from different parts of the world in the stage of preparing for YÖS:

- Study techniques,
- University and department information,
- Providing guidance services at the application and selection stage.

It is ensured that our students reach success step by step by passing these stages with the right guidance.

The Mathematics 2 Subject Lecture + Question Bank Book you have has been prepared according to the new style questions that universities have recently asked in YÖS. Our book, which is prepared from all kinds of questions in a way that covers all subjects, will make you successful and give you practicality in the questions you will encounter in the exams. We hope it will be useful to our valuable teachers and dear students.

İÇİNDEKİLER

Polinomlar / Polynomials	7
İkinci Dereceden Denklemler / 2nd Order Equations	37
İkinci Dereceden Eşitsizlikler / 2nd Order Inequalities	63
Parabol / Parabola	79
Trigonometri / Trigonometry	103
Karmaşık Sayılar / Complex Numbers	175
Logaritma / Logarithm	203
Toplam Çarpım Sembolü / Total Product Symbol	229
Diziler Seriler / Series	251
Matris Determinant / Matrix Determinant	279
Özel Tanımlı Fonksiyonlar / Custom Defined Functions	305
Limit / Limit	343
Türev / Derivative	393
İntegral / Integral	447
Permütasyon / Permutation	511
Kombinasyon / Combination	525
Olasılık / Possibility	541
Binom Açılımı / Binomial Expansion	551

ÜNİTE 1

Unit 1

Polinomlar /
Polynomials

Tanım / Definition

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ reel sayılar *real numbers*

$n, n-1, n-2, \dots, 2, 1, 0$ doğal sayı *natural numbers*

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$$

çok terimlisine reel katsayılı polinom denir.

• Polinomun derecesi, $\text{der}[P(x)] = n$

• Başkatsayısı, a_n

• Sabit terimi, a_0

• Terimleri:

$$a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_1 x, a_0 \text{ 'dir.}$$

• *The degree of the polynomial*

• *Leading coefficient.*

• *Constant term.*

• *Terms.*

Örnek: *Example:*

$$P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 5 \text{ polinomunun}$$

Terimleri: $4x^5, -3x^4, 2x^2, 5$ terimler

katsayıları 4, -3, 2, 5

$$\text{der}[P(x)] = 5$$

Başkatsayısı: 4

Örnek: *Example:*

$$P(x) = 4x^3 - 5x + 1 \text{ polinom } \textit{polynomial}$$

$$Q(x) = x^2 + \frac{1}{x} - 1 \text{ polinom değil } \textit{not polynomial}$$

$$R(x) = 5x^3 - 4x^2 - \sqrt{3}x + 1 \text{ polinom } \textit{polynomial}$$

$$M(x) = 2x^2 - 3\sqrt{x} + 1 \text{ polinom değil } \textit{not polynomial}$$

$$N(x) = 25 \text{ polinom } \textit{polynomial}$$

Örnek: *Example:*

$$P(x) = 5x^{n-4} - 4x^{8-n} \text{ polinom ise } n = ? \quad P(x) \textit{ polynomial}$$

Çözüm: *Solution:*

$$n - 4 \geq 0 \quad 8 - n \geq 0$$

$$n \geq 4 \quad 8 \geq n$$

$$n \Rightarrow 4, 5, 6, 7, 8$$

Örnek: *Example:*

$$P(x) = 2x^{\frac{12}{n}} + 4x^{\frac{n}{2}} + 3x - 1 \text{ polinom ise } n = ?$$

$P(x)$ *polynomial*

Çözüm: *Solution:*

$$\frac{12}{n} \Rightarrow n : 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$\frac{n}{2} \Rightarrow n : 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$$

$$n \Rightarrow 2, 4, 6, 12$$

Sıra Sizde / It is your turn

1. Hangileri polinomdur?

a) $P(x) = 3x^2 - 4x + 1$

b) $Q(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$

c) $R(x) = 2x^3 - \frac{5}{x}$

d) $M(x) = 5x^4 - 4x^3 + \frac{1}{3}$

e) $N(x) = 2x^2 - \sqrt{3}x + 1$

f) $K(x) = \frac{3x^3 - 4x^2 + 5x}{x}$

g) $L(x) = 2x^2 + 3\sqrt{x} + 1$

2. $P(x) = 3x^{7-n} - 4x^{n-3} + 2$ polinom ise $n = ?$

3. $Q(x) = 4x^3 - 5x^2 + (4-a)\sqrt{x}$ polinom ise $a = ?$

4. $R(x) = 3x^2 - \frac{a+2}{x} + 5$ polinom ise $a = ?$

5. $N(x) = 2x^{\frac{8}{n}} - 3 \cdot x^{\frac{n}{2}}$ polinom ise $n = ?$

6. $P(x) = 2 \cdot x^{n-4} + 3x^{4-n} + 5$ polinom ise $n = ?$

7. $P(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x - 1$

terimler:

katsayılar:

$\text{der}[P(x)]$:

sabit terim:

başkatsayısı:

8. $P(x) = 4 \cdot x^{a+1} - 3x^{3-a} + x - 1$, $\text{der}[P(x)] = 2$
ise $a = ?$ başkatsayısı: ?

Cevaplar / Answers

1. a) polinom b) polinom değil c) polinom değil

d) polinom e) polinom f) polinom g) polinom değil

2. 3, 4, 5, 6, 7 3. $a = 4$ 4. $a = -2$

5. $n \rightarrow 2, 4, 8$ 6. $n = 4$

7. Terimler: $3x^3, -4x^2, 5x, -1$

Katsayılar: 3, -4, 5, -1 $\text{der}[P(x)] = 3$

Sabit terim: -1

Başkatsayısı: 3

8. $a = 1$, başkatsayısı: 1

Polinom Çeşitleri

Leading coefficient

1. **Sabit Polinom** $P(x) = c$ polinomudur.

1. Constant Polynomial is the polynomial $P(x) = c$.

$$\text{der}[P(x)] = 0$$

2. **Sıfır Polinom** $P(x) = 0$ polinomudur.

2. Zero Polynomial is the polynomial $P(x) = 0$

Sıfır polinomunun derecesi belirsizdir.

The degree of the zero polynomial is uncertain.

Örnek: Example:

$P(x) = (a+2)x^2 + (b-3)x + a + b$ sabit polinom ise
 $a - b = ?$ $P(a) = ?$ $P(1) = ?$ constant polynomial

Çözüm: Solution:

$$a + 2 = 0 \rightarrow a = -2$$

$$b - 3 = 0 \rightarrow b = 3$$

$$P(a) = 1, a - b = -5, P(1) = 1$$

Örnek: Example:

$$P(x) = ax^3 + 4x^2 - x^3 + (a+b)x^2 + 4 - c$$

sıfır polinomu ise $a = ?$ $b = ?$ $c = ?$

zero polynomial

Çözüm: Solution:

$$P(x) = \underbrace{(a-1)}_0 x^3 + \underbrace{(a+b+4)}_0 x^2 + \underbrace{4-c}_0$$

$$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1$$

$$a + b + 4 = 0 \rightarrow 1 + b + 4 = 0 \rightarrow b = -5$$

$$4 - c = 0 \rightarrow c = 4$$

Bilgi

Information

Bir polinomda katsayılar toplamı için x yerine "1" yazılır, sabit terimi için x yerine "0" yazılır.

In a polynomial, "1" is written for x for the sum of coefficients, and "0" is written for x for the constant term.

Örnek: Example:

$P(x)$ in katsayılar toplamı $P(1)$, sabit terimi $P(0)$

Sum of coefficients of $P(x)$ is $P(1)$, constant term $P(0)$

$P(x+1)$ in katsayılar toplamı $P(2)$, sabit terimi $P(1)$

Sum of coefficients of $P(x+1)$ is $P(2)$, constant term $P(1)$

$P(2x-3)$ ün katsayılar toplamı $P(-1)$, sabit terimi $P(-3)$

Sum of coefficients of $P(2x-3)$ is $P(-1)$, constant term $P(-3)$

Örnek: Example:

$P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ polinomunun katsayılar toplamı ve sabit terimi kaçtır?

$P(x)$ polynomial, the sum of coefficients, and constant term?

Çözüm: Solution:

Katsayılar toplamı, $P(1) = 2 - 3 + 1 = 0$

Sum of coefficients

Sabit terimi, $P(0) = 0 - 0 + 1 = 1$

Constant term

Örnek: Example:

$P(x - 1) = x^2 - 3x$ ise $P(x + 1)$ 'in katsayılar toplamı? Sabit terimi?

$P(x+1)$ polynomial, the sum of coefficients, and constant term?

Çözüm: Solution:

$P(x + 1)$ 'in katsayılar toplamı $P(2)$

Sum of coefficients of $P(x + 1)$ is $P(2)$

$x = 3$, $P(2) = 3^2 - 3 \cdot 3 = 0$

$P(x + 1)$ 'in sabit terimi $P(1)$

The constant term of $P(x + 1)$ is $P(1)$

$x = 2$, $P(1) = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2$

Sıra Sizde / It is your turn

1. $P(x) = (a - 2)x^2 + (b + 1)x + c$ sabit polinom ise $a = ?$ $b = ?$

2. $P(x) = (a + 1)x^2 - (b - 3)x + a + b + c$ sıfır polinomu ise $a = ?$ $b = ?$ $c = ?$

3. $P(x) = (a + 1)x^2 - 3x^2 + x - 4 + (b - 2)x$ sabit polinom ise $a = ?$ $b = ?$

4. $P(x) = 3x^2 - (a + 1)x + bx^2 + c + a$ sıfır polinomu ise $a = ?$ $b = ?$ $c = ?$

5. $P(x) = 2x^2 + 5x - 3$ polinomunun katsayılar toplamı? Sabit terimi?

6. $P(x - 2) = x^2 - 3x + 1$ polinomunun katsayılar toplamı? sabit terimi?

7. $P(x + 1) = 3x^3 - x^2 + 1$ ise $P(x)$ in katsayılar toplamı? sabit terimi?

8. $P(x - 1) = x^2 + x + 1$ ise $P(x + 1)$ 'in katsayılar toplamı? sabit terimi?

9. $P(2x + 1) = x^2 - x$ ise $P(x + 2)$ 'nin katsayılar toplamı?

10. $P(x - 1) = 2x^2 - ax + 1$ ve $P(x)$ in katsayılar toplamı 7 ise $a = ?$

11. $P(x + 1) = ax^2 + x - 1$ ve $P(x - 1)$ in sabit terimi 5 ise $a = ?$

12. $\frac{P(x + 1) \cdot (x + 1)}{Q(x)} = x^2 - 1$

$P(x)$ 'in katsayılar toplamı 5 ise $Q(x)$ 'in sabit terimi kaçtır?



Cevaplar / Answers

1. $a = 2$, $b = -1$
2. $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$
3. $a = 2$, $b = 1$,
4. $a = -1$, $b = -3$, $c = 1$
5. katsayılar toplamı 4, sabit terimi -3
5. the sum of the coefficients is 4, the constant term is -3
6. katsayılar toplamı -1 , sabit terimi 1
6. the sum of the coefficients is -1 , the constant term is 1
7. katsayılar toplamı 1, sabit terimi -3
7. the sum of the coefficients is 1, the constant term is -3
8. katsayılar toplamı 13, sabit terimi 7
8. the sum of the coefficients is 13, the constant term is 7
9. 0 10. $a = 1$ 11. $a = 2$ 12. -5

Bilgi

Information

$P(x)$ in tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı

Sum of coefficients of odd degree terms

$$\frac{P(1) - P(-1)}{2}$$

çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı

Sum of coefficients of even degree terms

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} \text{ dir.}$$

Örnek: Example:

$P(x) = (x^2 + 3x - 1)^8$ polinomunun, $P(x)$ polynomial

Tek Dereceli Terimlerin Katsayıları Toplamı = $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$

Sum of coefficients of odd degree terms

$$P(1) = (1 + 3 - 1)^8 = 3^8, \quad P(-1) = (1 - 3 - 1)^8 = (-3)^8 = 3^8$$

$$\frac{P(1) - P(-1)}{2} = \frac{3^8 - 3^8}{2} = 0$$

Çift Dereceli Terimlerin Katsayıları Toplamı = $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$

Sum of coefficients of even degree terms.

$$\frac{3^8 + 3^8}{2} = \frac{2 \cdot 3^8}{2} = 3^8$$

Sıra Sizde / It is your turn

1. $P(x) = (x^2 - x + 1)^{10}$ polinomunun
a) Tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı?

b) Çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı?
2. $P(x + 1) = (x^3 - x^2 + x)^8$ ise $P(x)$ 'in
a) Tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı?

b) Çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı?

3. $(x^2 - x + 1)^8 = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_{16}x^{16}$
olduğuna göre, $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{16} = ?$

4. $(x^3 + x - 1)^{10} = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_{30}x^{30}$
olduğuna göre, $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{29} = ?$

Cevaplar / Answers

1. a) $\frac{1 - 3^{10}}{2}$ b) $\frac{1 + 3^{10}}{2}$
2. a) -2^{31} b) 2^{31}
3. $\frac{1 + 3^8}{2}$ 4. $\frac{1 - 3^{10}}{2}$

Polinomlarda Toplama – Çıkarma

Addition and Subtraction of Polynomials

- Derecesi eşit olan terimlerin katsayıları toplanır - çıkartılır.
- The coefficients of terms with equal degrees are added - subtracted.

Örnek: Example:

$$P(x) = 2x^2 - 4x + 3$$

$$Q(x) = 4x^3 - 6x^2 + 7x - 2$$

a) $P(x) + Q(x) =$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 - 4x + 3 + 4x^3 - 6x^2 + 7x - 2 \\ &= 4x^3 + (2 - 6)x^2 + (-4 + 7)x + 3 - 2 \\ P(x) + Q(x) &= 4x^3 - 4x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$

b) $P(x) - Q(x) =$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 - 4x + 3 - [4x^3 - 6x^2 + 7x - 2] \\ &= 2x^2 - 4x + 3 - 4x^3 + 6x^2 - 7x + 2 \\ &= -4x^3 + (2 + 6)x^2 + (-4 - 7)x + 3 + 2 \\ &= -4x^3 + 8x^2 - 11x + 5 \end{aligned}$$

Polinomlarda Çarpma

Multiplication of polynomials

- Tüm terimler tek tek çarpılır.
- All terms are multiplied one by one.

Örnek: Example:

$$P(x) = 2x^2 - 3x$$

$$Q(x) = x^2 + 5 \text{ ise}$$

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3x)(x^2 + 5)$$

$$= 2x^4 + 10x^2 - 3x^3 - 15x$$

$$= 2x^4 - 3x^3 + 10x^2 - 15x$$

Örnek: Example:

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 1, \quad Q(x) = x - 1$$

a) $P(x) + Q(x) = ?$

$$P(x) + Q(x) = 2x^2 - 3x + 1 + x - 1 = 2x^2 - 2x$$

b) $P(x) - Q(x) = ?$

$$P(x) - Q(x) = 2x^2 - 3x + 1 - (x - 1) = 2x^2 - 4x + 2$$

c) $P(x) \cdot Q(x) = ?$

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^2 - 3x + 1) \cdot (x - 1) \\ &= 2x^3 - 2x^2 - 3x^2 + 3x + x - 1 \\ &= 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 \end{aligned}$$

Örnek: Example:

$$P(x) = x^2 - 1, \quad Q(x) = 3x^2 + 4x - 1$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2P(x) - 3Q(x) &= 2(x^2 - 1) - 3 \cdot (3x^2 + 4x - 1) \\ &= 2x^2 - 2 - 9x^2 - 12x + 3 \\ &= -7x^2 - 12x + 1 \end{aligned}$$

b) $P(x) \cdot Q(x)$ deki x^3 'lünün katsayısı kaçtır?

b) Coefficient of term with x^3 in $P(x) \cdot Q(x)$?

$$\begin{aligned} (x^2 - 1) \cdot (3x^2 + 4x - 1) &= 3x^4 + 4x^3 - x^2 - 3x^2 - 4x + 1 \\ &= 3x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 4x + 1 \\ &= 3x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 4x + 1 \end{aligned}$$

x^3 'lünün katsayısı 4 olur.

Örnek: Example:

$$P(x) = 2x^2 - x + 1 \text{ ise,}$$

a) $P(1) = ?$ d) $P(x + 1) = ?$

b) $P(-2) = ?$ e) $P(x^2) = ?$

c) $P(0) = ?$

Çözüm: Solution:

a) $P(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 + 1 = 2$

b) $P(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - (-2) + 1 = 2 \cdot 4 + 2 + 1 = 11$

c) $P(0) = 2 \cdot 0^2 - 0 + 1 = 1$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(x + 1) &= 2 \cdot (x + 1)^2 - (x + 1) + 1 \\ &= 2 \cdot (x^2 + 2x + 1) - x - 1 + 1 \\ &= 2x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

e) $P(x^2) = 2 \cdot (x^2)^2 - x^2 + 1 = 2x^4 - x^2 + 1$

Örnek: Example:

$$P(x + 3) = 2x^2 - 3x \Rightarrow P(4) = ?$$

Çözüm: Solution:

$$x = 1 \text{ için } P(4) = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 = -1$$

Örnek: Example:

$$P(x - 1) = ax^2 - 3x + 1, \quad P(1) = 3 \text{ ise } a = ?$$

Çözüm: Solution:

$$x = 2 \text{ için } P(1) = 4a - 6 + 1 = 3$$

$$4a - 5 = 3 \rightarrow 4a = 8 \rightarrow a = 2$$

Örnek: Example:

$$P(x^2) = 2x^4 - 3x^2 + 5 \text{ ise } P(x) = ?$$

Çözüm: Solution:

$$P(x^2) = 2(x^2)^2 - 3x^2 + 5 \quad x^2 \rightarrow x \text{ alınır.}$$

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

Sıra Sizde / It is your turn

1. $P(x) = x^2 - 1$ ve $Q(x) = 2x + 2$

a) $P(x) + Q(x) = ?$

b) $P(x) - Q(x) = ?$

c) $2P(x) - 3Q(x) = ?$

d) $P(x) \cdot Q(x) = ?$

e) $\frac{P(x)}{Q(x)} = ?$

2. $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ve $Q(x) = 3x^2 + 4x - 1$

a) $P(x) \cdot Q(x)$ deki x^2 'li terimin katsayısı?

a) Coefficient of term with x^2 in $P(x) \cdot Q(x)$?

b) $P(x) \cdot Q(x)$ deki x^3 'lü terimin katsayısı?

b) Coefficient of term with x^3 in $P(x) \cdot Q(x)$?

3. $P(x) = 2x^2 + 3x - 4$

a) $P(1) = ?$ b) $P(-1) = ?$ c) $P(0) = ?$

d) $P\left(\frac{1}{2}\right) = ?$ e) $P(x + 1) = ?$ f) $P(x - 1) = ?$

g) $P(2x + 1) = ?$ h) $P(x^2) = ?$ i) $P(x^3) = ?$

4. $P(x - 2) = x^2 + 2x - 3$

a) $P(1) = ?$ b) $P(-1) = ?$ c) $P(0) = ?$

d) $P(x + 1) = ?$ e) $P(x) = ?$

5. $P(x^2) = 5x^6 - 4x^4 + 3x^2 - 1$

a) $P(x) = ?$ b) $P(x^3) = ?$ c) $P(4) = ?$

6. $P(x - 1) + P(x + 1) = 6x + 2$ ise $P(x) = ?$

7. $P(x - 1) \cdot P(x + 1) = 4x^2 - 12x + 5$, $P(x) = ?$

Cevaplar / Answers

1. a) $x^2 + 2x + 1$

b) $x^2 - 2x - 3$

c) $2x^2 - 6x - 8$

d) $2x^3 + 2x^2 - 2x - 2$

e) $\frac{x - 1}{2}$

2. a) -11 b) -1

3. a) 1 b) -5 c) -4 d) -2

e) $2x^2 + 7x + 1$

f) $2x^2 - x - 5$

g) $8x^2 + 14x + 1$

h) $2x^4 + 3x^2 - 4$

i) $2x^6 + 3x^3 - 4$

4. a) 12 b) 0 c) 5 d) $x^2 + 8x + 12$

e) $x^2 + 6x + 5$

5. a) $5x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ b) $5x^9 - 4x^6 + 3x^3 - 1$ c) 267

6. $3x + 1$ 7. $2x - 3$

Tanım / Definition

Aynı dereceli terimlerin katsayıları eşit ise polinomlar eşit olur.

If the coefficients of the terms of the same degree are equal, the polynomials are equal.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$$

$$\left. \begin{array}{l} a_n = b_n \\ a_{n-1} = b_{n-1} \\ \vdots \\ a_1 = b_1 \\ a_0 = b_0 \end{array} \right\} \Rightarrow P(x) = Q(x) \text{ olur.}$$

Örnek: Example:

$$P(x) = (a + 1)x^2 + (b - 2)x + 4$$

$$Q(x) = 3x^2 + (a - 1)x + c$$

$$P(x) = Q(x) \rightarrow a + b + c = ?$$

Çözüm: Solution:

$$a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$$

$$b - 2 = a - 1 \Rightarrow b = 3$$

$$4 = c$$

$$a + b + c = 9$$

Örnek: Example:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (2x^2 - 1) \cdot (x + 1)$$

$$\text{ise } a + b + c + d = ?$$

Çözüm: Solution:

$$(2x^2 - 1) \cdot (x + 1) = 2x^3 + 2x^2 - x - 1$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a & b & c & d \end{array}$$

$$a = 2, b = 2, c = -1, d = -1$$

$$a + b + c + d = 2$$

Örnek: Example:

$$\frac{2x + 1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x + 1}, \quad A + B = ?$$

Çözüm: Solution:

$$\frac{2x + 1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x + 1}$$

$$(x + 1)(x - 3)$$

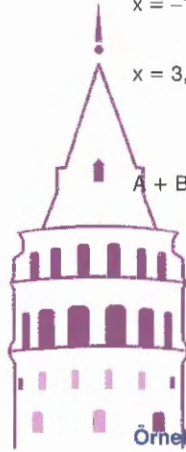
$$\frac{2x + 1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{A(x + 1) + B(x - 3)}{x^2 - 2x - 3}$$

$$2x + 1 = A \cdot (x + 1) + B \cdot (x - 3)$$

$$x = -1, \quad -1 = A \cdot 0 + B \cdot (-1 - 3) \rightarrow B = \frac{1}{4}$$

$$x = 3, \quad 7 = 4 \cdot A + B \cdot 0 \rightarrow A = \frac{7}{4}$$

$$A + B = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2$$



Örnek: Example:

$$a \cdot (x^2 - 1) + b \cdot (x^2 + x) + c(x^2 - x) = 2x^2 - 3x - 1$$

$$\text{ise } a = ? \quad b = ? \quad c = ?$$

Çözüm: Solution:

$$a(x - 1) \cdot (x + 1) + b \cdot x(x + 1) + c \cdot x(x - 1) = 2x^2 - 3x - 1$$

$$x = 1, \quad a \cdot 0 + b \cdot 2 + c \cdot 0 = -2 \rightarrow b = -1$$

$$x = -1, \quad a \cdot 0 + b \cdot 0 + 2c = 4 \rightarrow c = 2$$

$$x = 0, \quad -a + b \cdot 0 + c \cdot 0 = -1 \rightarrow a = 1$$

Sıra Sizde / It is your turn

1. $P(x) = (a + 1)x^2 + bx + c - 3$

$Q(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$P(x) = Q(x) \rightarrow a = ? \quad b = ? \quad c = ?$

2. $ax^2 + bx + c = (2x - 1) \cdot (x + 1) \rightarrow a = ? \quad b = ? \quad c = ?$

3. $(a + 1)x^3 + (b - 2)x^2 + cx + d = (x^2 - 1) \cdot (2x - 3)$

ise $a = ? \quad b = ? \quad c = ? \quad d = ?$

4. $6x^2 - 10x - 4 = (ax + b) \cdot (cx + d)$ ise

$a = ? \quad b = ? \quad c = ? \quad d = ?$

5. $P(x - 1) + P(x + 1) = 6x - 8$ ise $P(x) = ?$

6. $2 \cdot P(x + 1) - 3 \cdot P(x - 2) = -2x + 15$ ise $P(x) = ?$

7. $\frac{5x - 1}{x^2 - 1} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1}$ ise $A = ? \quad B = ?$

8. $\frac{5x^2 - 3x + 4}{(x - 1)(x^2 + 1)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{x - 1}$

ise $A = ? \quad B = ? \quad C = ?$

9. $A \cdot x(x + 1) + B \cdot x(x - 1) + C \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) = 2x^2 + 2x - 2$

$A = ? \quad B = ? \quad C = ?$

10. $A \cdot (x^2 - 9) + B \cdot (x^2 + 3x) + C \cdot (x^2 - 3x) = 3x^2 - 9$

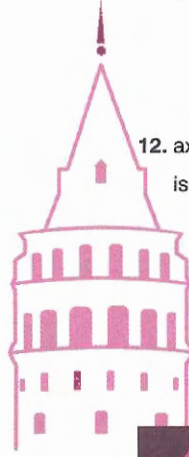
$A = ? \quad B = ? \quad C = ?$

11. $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x^2 - 1) \cdot (kx + n) + 3x - 7$

ise $b + d = ?$

12. $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x^2 - 1) \cdot (kx + n) + 4x + 2$

ise $a + c = ?$



Cevaplar / Answers

1. $a = 2, \quad b = -4, \quad c = 4$

2. $a = 2, \quad b = 1, \quad c = -1$

3. $a = 1, \quad b = -1, \quad c = -2, \quad d = 3$

4. $a = 3, \quad b = 1, \quad c = 2, \quad d = -4$ ya da

$a = 2, \quad b = -4, \quad c = 3, \quad d = 1$

5. $3x - 4$

8. $A = 2, \quad B = -1, \quad C = 3$

6. $2x - 1$

9. $A = 1, \quad B = -1, \quad C = 2$

7. $A = 2, \quad B = 3$

10. $A = 1, \quad B = 1, \quad C = 1$

11. -7 12. 4

Polinomlarda Bölme İşlemi *Division in Polynomials*

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ - & B(x) \\ \hline & K(x) \end{array} \quad \begin{array}{l} P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x) \\ \text{der}[K(x)] < \text{der}[Q(x)] \\ K(x) = 0 \text{ ise } Q(x) \text{ polinomu } P(x) \text{ in çar-} \\ \text{panıdır ve } P(x) \text{ i tam böler.} \end{array}$$

If $K(x) = 0$, the polynomial $Q(x)$ is a factor of $P(x)$ and divides $P(x)$ exactly.

Örnek: *Example:*

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x + 2 & x - 1 \\ - x^2 - x & x - 5 \\ \hline -5x + 2 & \\ - -5x + 5 & \\ \hline -3 & \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 2 = (x - 1) \cdot (x - 5) - 3$$

Örnek: *Example:*

$$P(x) = x^2 - 2ax + b$$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x - 1 \\ - & x + 3 \\ \hline & -4 \end{array}$$

ise $a \cdot b$ kaçtır?

what is $a \cdot b$?

Çözüm: *Solution:*

$$P(x) = x^2 - 2ax + b = (x - 1) \cdot (x + 3) - 4$$

$$x^2 - 2ax + b = x^2 + 2x - 7$$

$$-2a = 2 \rightarrow a = -1$$

$$b = -7, a \cdot b = 7$$

Not / Note

$\text{der}[P(x)] = m$, $\text{der}[Q(x)] = n$ ve $m > n$ olsun.

- $\text{der}[P(x) \mp Q(x)] = m$
- $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$
- $\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = m - n$

$$P(x^k) = \text{der}[P^k(x)] = k \cdot m$$

Örnek: *Example:*

$$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \text{ ve } Q(x) = 3x^4 - 1$$

- $\text{der}[2P(x) - 3Q(x - 3)] = ?$
- $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = ?$
- $\text{der}[P(x^2) \cdot Q^3(x)] = ?$
- $\text{der}[(x^2 + 1) \cdot P^2(x + 1) \cdot Q(x^3 - 1)] = ?$

Çözüm: *Solution:*

- $\text{der}[2P(x) - 3Q(x - 3)] = 4$
- $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 3 + 4 = 7$
- $\text{der}[P(x^2) \cdot Q^3(x)] = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 18$
- $\text{der}[(x^2 + 1) \cdot P^2(x + 1) \cdot Q(x^3 - 1)] = 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 20$

Örnek: *Example:*

$$\text{der}[P^2(x - 1) \cdot Q(x^3 + 1)] = 13$$

$$\text{der}[P(x^3 + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot Q^2(x)] = 14$$

$$\text{ise } \text{der}[P(x)] + \text{der}[Q(x)] = ?$$

Çözüm: *Solution:*

$$\text{der}[P(x)] = m \text{ ve } \text{der}[Q(x)] = n \text{ olsun,}$$

$$2m + 3n = 13$$

$$+ \quad 3m + 2 + 2n = 14$$

$$5m + 5n + 2 = 27$$

$$5m + 5n = 25$$

$$m + n = 5$$

Sıra Sizde / It is your turn

1. $P(x) = x^8 - x^4$ ve $Q(x) = x^2 + 1$ ise

a) $\text{der}[P(x)] = ?$

b) $\text{der}[Q(x)] = ?$

c) $\text{der}[P(2x + 1)] = ?$

d) $\text{der}[Q(x^2 + 1)] = ?$

e) $\text{der}[P(x + 1) \cdot Q(x - 1)] = ?$

f) $\text{der} \left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = ?$

g) $\text{der}[P^2(x - 1) \cdot Q(x^3 + 1)] = ?$

h) $\text{der}[x^2 \cdot P^2(x) - x^4 \cdot Q(x^3 - 1)] = ?$

i) $\text{der} \left[\frac{P^3(x - 1)}{Q^3(x^2 + 1)} \right] = ?$

$$2. \left. \begin{array}{l} \text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 15 \\ \text{der} \left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{a) } \text{der}[P(x)] = ? \\ \text{b) } \text{der}[Q(x)] = ? \end{array}$$

$$3. \left. \begin{array}{l} \text{der}[P^2(x + 1) \cdot Q(x^3 - 1)] = 18 \\ \text{der}[x^2 \cdot P(x) \cdot Q^2(x^3)] = 29 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{a) } \text{der}[P(x)] = ? \\ \text{b) } \text{der}[Q(x)] = ? \end{array}$$

Cevaplar / Answers

1. a) 8 b) 2 c) 8 d) 4 e) 10 f) 6 g) 22 h) 18 i) 2

2. a) 8 b) 7

3. a) 3 b) 4

UYARI
WARNING

$$\begin{array}{r} P(x) \mid ax + b \\ \underline{ B(x)} \\ K \end{array}$$

$$P(x) = (ax + b) \cdot B(x) + K$$

$$ax + b = 0, \quad x = -\frac{b}{a} \rightarrow P\left(-\frac{b}{a}\right) = K$$

Örnek: Example:

$P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalan $P(-3)$

$P(x)$ in $2x + 3$ ile bölümünden kalan $P\left(-\frac{3}{2}\right)$

$P(x + 1)$ in $3x - 6$ ile bölümünden kalan $P(3)$ olur.

Remainder from the division of $P(x)$ by $x + 3$ is $P(-3)$

Remainder from the division of $P(x)$ by $2x + 3$ is $P\left(-\frac{3}{2}\right)$

Remainder from the division of $P(x + 1)$ by $3x - 6$ is $P(3)$

Örnek: Example:

$P(x - 1) = x^2 - x$, $P(x + 1)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan?

What is the remainder of $P(x + 1)$ divided by $x - 2$?

Çözüm: Solution:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2, \quad P(2 + 1) = P(3) = ?$$

$$P(x - 1) = x^2 - x$$

$$x = 4, \quad P(3) = 16 - 4 = 12$$

Sıra Sizde / It is your turn

$$1. \quad \begin{array}{r|l} 3x^2 - 4x + 1 & x - 1 \\ - & B(x) \\ \hline & K(x) \end{array} \quad \begin{array}{l} B(x) = ? \\ K(x) = ? \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{r|l} x^3 - x^2 + x - 1 & x^2 + 1 \\ - & B(x) \\ \hline & K(x) \end{array} \quad \begin{array}{l} B(x) = ? \\ K(x) = ? \end{array}$$

$$3. \quad \begin{array}{r|l} 2x^2 + ax + b & x + 1 \\ - & 2x + 1 \\ \hline & -3 \end{array} \Rightarrow a = ? \quad b = ?$$

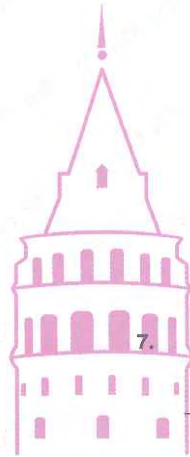
4. a) $P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan, $P(?)$
 b) $P(x - 3)$ ün $x + 2$ ile bölümünden kalan, $P(?)$
 c) $P(2x - 1)$ in $2x + 1$ ile bölümünden kalan, $P(?)$

$$5. \quad P(x) = x^2 - 2x + 3$$

- a) $P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalan?
 b) $P(x + 1)$ in x ile bölümünden kalan?
 c) $P(x - 1)$ in $2x + 4$ ile bölümünden kalan?

$$6. \quad P(x - 2) = 2x^2 - 3x$$

- a) $P(x)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalan?
 b) $P(x - 1)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan?
 c) $P(x - 2)$ in $2x$ ile bölümünden kalan?



$$7. \quad \begin{array}{r|l} P(x) & x^2 - 1 \\ - & 2x + 7 \\ \hline & \end{array} \Rightarrow P(x - 1) \text{ in sabit terimi?}$$

$$8. \quad 2x \cdot P(x - 1) + (3 - x) \cdot Q(x + 1) = 2x^2 - 3x + 1$$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x + 2 \\ - & \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} Q(x) & x \\ - & \\ \hline & ? \end{array}$$

Cevaplar / Answers

1. $B(x) = 3x - 1$ $K(x) = 0$
2. $B(x) = x - 1$ $K(x) = 0$
3. $a = 3$ $b = -2$
4. a) $P(1)$ b) $P(-5)$ c) $P(-2)$
5. a) 18 b) 2 c) 18
6. a) -1 b) 9 c) 0
7. 5
8. 3

UYARI
WARNING

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad (ax + b) \cdot (cx + d) \\ - \quad \quad \quad | \quad B(x) \\ \hline \quad \quad \quad | \quad mx + n \\ \hline P(x) = (ax + b) \cdot (cx + d) \cdot B(x) + mx + n \end{array}$$

Örnek: Example:

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x^2 - 4 \\ - \quad \quad \quad | \quad x + 1 \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x - 2 \\ - \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \end{array}$$

Çözüm: Solution:

$P(x) = (x^2 - 4) \cdot B(x) + x + 1$ ve istenen $P(2)$
 $x = 2$ için $P(2) = 0 + 2 + 1 = 3$

Örnek: Example:

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x + 1 \\ - \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \end{array} \quad \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x - 3 \\ - \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x^2 - 2x - 3 \\ - \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \end{array}$$

Çözüm: Solution:

$$P(-1) = 2, \quad P(3) = 10$$

$$P(x) = (x^2 - 2x - 3) \cdot B(x) + ax + b$$

$$x = -1, P(-1) = 0 - a + b = 2$$

$$x = 3, \quad P(3) = 0 + 3a + b = 10$$

$$-1 / -a + b = 2$$

$$3a + b = 10$$

$$a - b = -2$$

$$+ \quad 3a + b = 10$$

$$4a = 8$$

$$a = 2$$

$$ax + b \Rightarrow 2x + 4$$

UYARI
WARNING

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad ax^2 + b \\ - \quad \quad \quad | \quad B(x) \\ \hline \quad \quad \quad | \quad cx + d \end{array} \quad P(x) = (ax^2 + b) \cdot B(x) + cx + d$$

$$ax^2 + b = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{b}{a}$$

$$\left(a \cdot \left(-\frac{b}{a} \right) + b \right) \cdot B(x) + \underbrace{cx + d}_{\text{kalan}} \quad \text{remainder}$$

$$0$$

Örnek: Example:

$$P(x) = 3x^2 - 4x + 5, \quad \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x^2 + 1 \\ - \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \end{array} \quad \begin{array}{l} a = ? \\ b = ? \end{array}$$



1. 4 kız ve 6 erkek arasından seçilen bir kişinin erkek olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that a person chosen among 4 girls and 6 boys is a boy?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

2. İki zar birlikte havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayılar toplamının 7 olma olasılığı kaçtır?

The two dice are thrown up together. What is the probability that the sum of the overlapping numbers is 7?

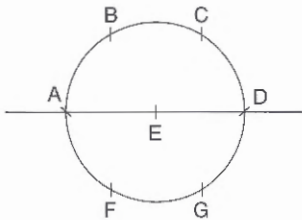
- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{12}$

3. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinden seçilen bir sayının asal sayı olma olasılığı kaçta eşittir?

What is the probability that a number chosen from the set A is a prime number equal to?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

- 4.



Yukarıda verilen 7 noktadan seçilen bir noktanın yalnız çember üzerinde olma olasılığı kaçta eşittir?

What is the probability that a point chosen from the 7 points given above is only on the circle?

- A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{4}{7}$

5. Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 4'den küçük olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that the number superimposed when a dice is rolled is less than 4?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{5}{6}$

6. Anne, baba ve 5 çocuktan oluşan bir aile yuvarlak masa etrafına oturuyor.

A family of mother, father and 5 children sit around the round table.

Buna göre anne ile babanın yanyana oturma olasılığı kaçtır?

Accordingly, what is the probability of parents sitting side by side?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

7. Bir yarışa katılan üç kişiden Ali'nin kazanma olasılığı Veli'nin yansı Can'ın 3 katıdır.

Of the three people participating in a race, Ali's probability of winning is 3 times that of Veli's half.

Yarışı Ali'nin kazanma olasılığı kaçtır?

What is the probability of Ali winning the race?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{11}$

8. Ali ve Mert'in bir hedefi vurma olasılıkları sırasıyla $\frac{2}{3}$ ve $\frac{3}{5}$ 'dir.

Ali and Mert's probabilities of hitting a target are $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{5}$, respectively.

Hedefe birer atış yaptıklarında Ali'nin vurup, Mert'in vuramama olasılığı kaçtır?

What is the probability of Ali hitting the target and not being able to hit Mert when they shoot one shot at the target?

- A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{15}$

9.

	Gözlüklü With glasses	Gözlüksüz Without glasses
Erkek	8	6
Kadın	6	4

Yukarıdaki tabloda bir gruptaki kişilerin cinsiyet ve gözlük kullananlarıyla, kullanmayanlarının sayısı verilmiştir.

In the table above, the gender of the people in a group, and the number of spectacle users and non-users are given.

Bu gruptan rastgele biri seçildiğinde gözlüklü veya erkek olma olasılığı kaçtır?

What is the probability of being a man or wearing glasses when randomly selected from this group?

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

10. Arda'nın kalem kutusunda 3 mavi, 4 kırmızı ve 2 siyah yazan kalemi vardır.

Arda has 3 blue, 4 red and 2 black pens in the pen box.

Buna göre Arda kalem kutusundan rastgele bir kalem aldığı anda kalemin mavi veya kırmızı yazma olasılığı kaçtır?

Accordingly, when Arda picks up a random pen from the pencil case, what is the probability that the pen will write blue or red?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{7}{9}$

11. Bir sınıfta 8 erkek, 6 kız öğrenci vardır.

There are 8 boys and 6 girls in a class.

Sınıftan rastgele 2 öğrenci seçildiğinde birinin kız, birinin erkek olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that one is a girl and one is a boy when 2 students are randomly selected from the class?

- A) $\frac{6}{13}$ B) $\frac{8}{13}$ C) $\frac{24}{91}$ D) $\frac{48}{91}$ E) $\frac{64}{91}$

12. Bir torbada 3 mavi, 4 kırmızı top vardır.

There are 3 blue and 4 red balls in a bag.

Torbadan rastgele 3 top alındığında en az ikisinin aynı renk olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that at least two of them are the same color when 3 balls are taken randomly from the bag?

- A) 1 B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

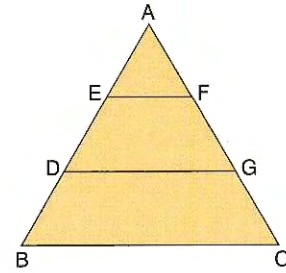
13. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinden rastgele iki sayı seçildiğinde çarpımının tek olma olasılığı kaçtır?

When two numbers are chosen randomly from the set A, what is the probability that their product will be odd?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

14.



$|AE| = |ED| = |DB|$ ve $|AF| = |FG| = |GC|$ olmak üzere ABC üçgeninin içinden seçilen bir noktanın DGFE dörtgenine ait olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that a point chosen from inside triangle ABC belongs to the quadrilateral DGFE?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{8}$

15. Bir torbada 2 mavi, 3 kırmızı top vardır.

There are 2 blue and 3 red balls in a bag.

Geri konulmamak şartıyla art arda alınan iki toptan 1. nin mavi, 2. nin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that the first of two consecutive balls is blue and the second is red, provided that it is not returned?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

16. Bir madeni para ve bir zar atılıyor.

A coin and a dice are thrown.

Paranın tura ve zarın 3'ten küçük gelme olasılığı kaçtır?

What is the probability that the coin is heads and dice is less than 3?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

1. Bir çift zar atılıyor. Üst yüzlerine gelen sayıların aynı olduğu bilindiğine göre toplamlarının iki basamaklı olma olasılığı kaçtır?

A pair of dice is thrown. Since it is known that the numbers on the top surfaces are the same, what is the probability that their sum is two digits?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 2.

	Kahverengi Brown	Siyah Black
Kadın Female	4	8
Erkek Male	2	6

Yukarıda bir sınıftaki öğrencilerin kadın, erkek ve kahverengi, siyah saçlı öğrenci dağılımları verilmiştir.

The distribution of female, male and brown, black - haired students in a class is given above.

Bu sınıftan seçilen bir öğrencinin kahverengi saçlı olduğu bilindiğine göre erkek olma olasılığı kaçtır?

Given that a student selected from this class is known to have brown hair, what is the probability of being a male?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

3. Bir zar art arda iki kez atılıyor. Birinci atışta 3'den küçük, ikinci atışta tek sayı okunma olasılığı kaçtır?

A dice is thrown twice in a row. What is the probability of reading less than 3 on the first shot and an odd number on the second shot?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

4. Bir düzgün dört yüzlünün iki yüzünde A, iki yüzün L harfi vardır.

A regular tetrahedron has the letter A on both sides, and the letter L on two faces.

Düzgün dört yüzlü atıldığında ALA kelimesinin okunma olasılığı kaçtır?

What is the probability of reading the word ALA when the proper tetrahedron is cast?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{4}$

5. Bir madeni para art arda 5 kez atılıyor.

Üçünde tura, ikisinde yazı gelme olasılığı kaçtır?

A coin is tossed 5 times in a row. What is the probability of getting heads on three and tails on two?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{5}{16}$

6. Bir zar art arda 5 kez atılıyor. İlk üçünde asal, diğerlerinde tek gelme olasılığı kaçtır?

A dice is thrown 5 times in a row. What is the probability of being prime in the first three and single in others?

- A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{3}{18}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{8}$

7. A sınıfında 4 kız, 3 erkek B sınıfında 3 kız, 4 erkek öğrenci vardır.

There are 4 girls and 3 boys in class A, 3 girls and 4 boys in B class.

İki sınıftan da birer öğrenci seçiliyor. Seçilen öğrencilerin farklı cinsiyette olma olasılığı kaçtır?

One student is chosen from both classes. What is the probability that the selected students are of a different gender?

- A) $\frac{25}{49}$ B) $\frac{16}{49}$ C) $\frac{25}{64}$ D) $\frac{9}{49}$ E) $\frac{1}{24}$

8. Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{3}$ 'dür. Bir hedefe 3 atış yaptığında sadece birinde vurma olasılığı kaçtır?

The probability of a hunter hitting the target is $\frac{2}{3}$. To a goal what is the probability of hitting only one when he fires 3 shots?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

9. A torbasında 3 mavi, 2 beyaz ve B torbasında 2 mavi, 4 beyaz kart vardır.

There are 3 blue, 2 white cards in bag A and 2 blue and 4 white cards in bag B.

Torbalardan birinden rastgele bir kart çekildiğinde çekilen kartın beyaz olma olasılığı kaçtır?

When a random card is drawn from one of the bags, what is the probability that the drawn card is white?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{3}{5}$

10.



Şekil özdeş 6 kareden oluşmuş bir hedef tahtasıdır.
The figure is a target board made up of 6 identical squares.

Bu tahtaya atış yapıp vuran bir atıcının taralı alanı vurma olasılığı kaçtır?

What is the probability of a shooter shooting and hitting this board to hit the shaded area?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

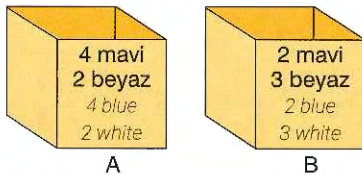
11. $A = \{-1, 1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesinden rastgele seçilen iki sayının çarpımının negatif olma olasılığı kaçtır?

What is the probability that the product of two randomly selected numbers from the set A will be negative?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

12.



A ve B kutularından birer tane kart alındığında kartların farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

When one card is taken from A and B boxes, what is the probability that the cards are of a different color?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{13}{30}$ C) $\frac{7}{30}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{5}{6}$

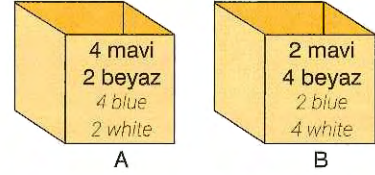
13. Bir zarın 3 yüzü kırmızı 2 yüzü beyaz ve 1 yüzü mavidir.
A dice is 3 sides red, 2 sides white and 1 side blue.

Bu zar art arda 3 kez atıldığında sırasıyla beyaz, mavi, kırmızı gelme olasılığı kaçtır?

When this dice is rolled 3 times in a row, what is the probability of getting white, blue and red respectively?

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{6}$

14.



Yukarıda A ve B kavanozlarındaki top sayıları ve renkleri verilmiştir.

The numbers and colors of the balls in jars A and B are given above.

Bir zar atılıyor. Zar 3'den küçük gelirse A, gelmezse B kavanozundan bir top alınıyor. Alınan topun beyaz olma olasılığı kaçtır?

A dice is thrown. If the dice is smaller than 3, A ball is taken from jar B if it does not. What is the probability that the picked ball is white?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{18}$

15. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

kümesi elemanları kullanılarak oluşturulan rakamları farklı üç basamaklı sayılar birer karta yazılıp torbaya atılıyor. Torbadan rastgele seçilen bir kartın üzerinde tek sayı yazma olasılığı kaçtır?

The numbers created by using the A set elements are written in different three-digit numbers on a card and put into the bag. What is the probability of writing an odd number on a randomly selected card from the bag?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{8}$

16. Eşit sayıda kırmızı ve mavi bilye bulunan bir torbadan geri bırakılmamak şartıyla art arda 2 bilye çekildiğinde mavi gelme olasılığı $\frac{2}{9}$ ise torbada kaç bilye vardır?

If the probability of getting blue is $\frac{2}{9}$ when 2 marbles are pulled from a bag with equal numbers of red and blue marbles, provided that they are not released, how many marbles are in the bag?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

ÜNİTE 18

Unit 18

Binom Açılımı /
Binomial Expansion



$$(x + y)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n + \binom{n}{1} \cdot x^{n-1} \cdot y^1 + \binom{n}{2} \cdot x^{n-2} \cdot y^2 + \dots + \binom{n}{n-1} \cdot x^1 \cdot y^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot y^n$$

1. terim
2. terim
3. terim
n. terim
(n+1). terim
1th term
2nd term
3rd term
nth term
(n + 1) term

The expansion of $(x + y)^n$ is called the binomial expansion.

Örnek: Example:

$$(x + y)^2 = \binom{2}{0} \cdot x^2 + \binom{2}{1} \cdot xy + \binom{2}{2} \cdot y^2$$

$$(x + y)^3 = \binom{3}{0} \cdot x^3 + \binom{3}{1} \cdot x^2y + \binom{3}{2} \cdot xy^2 + \binom{3}{3} \cdot y^3$$

Örnek: Example:

$(3x - y)^8$ açılımının $(3x - y)^8$ expansion

a) terim sayısı kaçtır?

What is the number of terms?

b) katsayılar toplamı kaçtır?

What is the sum of the coefficients?

c) Baştan 3. terimi bulunuz.

Find the 3rd term from the beginning.

d) Sondan 3. terimi bulunuz.

Find the 3rd term from the end.

Not / Note

- $(x + y)^n$ açılımında $n + 1$ terim olur.
In the expansion of $(x + y)^n$, there is $n + 1$ terms.
- $(x + y)^n = \dots + A \cdot x^a \cdot y^b + \dots$ açılımında 1. ve 2. terimlerin kuvvetleri toplamı $a + b = n$ olur.
 $(x + y)^n = \dots + A \cdot x^a \cdot y^b + \dots$ In the expansion $ya + \dots$, the sum of the powers of the 1st and 2nd terms is $a + b = n$.
- $(x + y)^n$ açılımının baştan $(r + 1)$. terimi: $\binom{n}{r} \cdot x^{n-r} \cdot y^r$ dir.
The $(r + 1)$ th term of the expansion $(x + y)^n$ is: $\binom{n}{r} \cdot x^{n-r} \cdot y^r$.
- $(x + y)^n$ açılımında katsayılar toplamı için $x = y = 1$ yazılır.
In the expansion $(x + y)^n$, $x = y = 1$ is written for the sum of the coefficients.
- $(x + y)^n$ açılımının sabit terimi için $x = y = 0$ yazılır.
For the constant term of $(x + y)^n$, write $x = y = 0$.
- $(x + y)^{2n}$ açılımının ortanca terimi: $\binom{2n}{n} \cdot x^n \cdot y^n$ dir.
The median term of the expansion $(x + y)^{2n}$ is: $\binom{2n}{n} \cdot x^n \cdot y^n$.

Çözüm: Solution:

a) $(3x - y)^8$ 'in terim sayısı: 9 Number of terms of $(3x - y)^8$

b) $x = y = 1$

$$(3 - 1)^8 = 2^8 = 256$$

c) 3. terim 3rd term

$$\binom{8}{2} \cdot (3x)^6 \cdot (-y)^2 = 28 \cdot 3^6 \cdot x^6 \cdot y^2$$

d) Sondan 3. terim 3rd term from the end

$$\binom{8}{6} \cdot (3x)^2 \cdot (-y)^6 = 28 \cdot 9 \cdot x^2 \cdot y^6$$

Örnek: Example: $(x^2 + y)^n$ açılımının bir terimi $A \cdot x^8 \cdot y^5$ olduğuna göre n kaçtır?Since a term of the expansion $(x^2 + y)^n$ is $A \cdot x^8 \cdot y^5$, what is n ?**Çözüm:** Solution:

$$(x^2 + y)^n = \dots + A \cdot x^8 \cdot y^5 + \dots$$

$$\downarrow$$

$$A \cdot (x^2)^4 \cdot (y)^5$$

$$\Rightarrow n = 4 + 5 = 9$$

Örnek: Example: $(3x - y + 2)^6$ açılımının sabit terimi kaçtır?What is the constant term of $(3x - y + 2)^6$ expansion?**Çözüm:** Solution: $x = y = 0$ yazılırsa $(0 - 0 + 2)^6 = 2^6 = 64$ olur.**Örnek:** Example: $(3x - \frac{1}{x})^6$ açılımının x^2 'li teriminin katsayısı kaçtır?What is the coefficient of the x^2 term of the expansion $(3x - \frac{1}{x})^6$?**Çözüm:** Solution:

$$\binom{6}{r} \cdot (3x)^{6-r} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^r = A \cdot x^2$$

$$x^{6-r} \cdot \frac{1}{x^r} = x^{6-2r} = x^2$$

$$6 - 2r = 2$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$$\text{terim: } \binom{6}{2} \cdot (3x)^4 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^2 = 15 \cdot 81 \cdot x^4 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$\text{term: } = 15 \cdot 81 \cdot x^2$$

$$= 1215 \cdot x^2$$

katsayı : 1215 olur.

coefficient:

Sıra Sizde / It is your turn

- $(x - y)^8$ açılımında kaç terim vardır?
- $(x^2 + y^3)^n = \dots + A \cdot x^8 \cdot y^9 \dots$ ise n kaçtır?
- $(y - 2x)^8$ açılımının katsayılar toplamı kaçtır?
- $(x - 3y)^8$ açılımının baştan 4. terimini bulunuz.
- $(2x^3 - \frac{1}{x})^8$ açılımının sabit terimi kaçtır?
- $(x + \frac{2}{x})^6$ açılımından oluşan x^2 li terimin katsayısı kaçtır?

Cevaplar / Answers

- | | | |
|---|--------|-------|
| 1. 9 | 2. 7 | 3. 1 |
| 4. $\binom{8}{3} \cdot (x)^5 \cdot (-3y)^3$ | 5. 112 | 6. 60 |

1. $(x^2 - y^3)^6$ açılımının terim sayısı kaçtır?

What is the number of terms of the expansion $(x^2 - y^3)^6$?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $(3x + y)^5$ açılımının katsayılar toplamı kaçtır?

What is the sum of the coefficients of the expansion $(3x + y)^5$

- A) 2^5 B) 2^7 C) 2^8 D) 2^9 E) 2^{10}

2. $\binom{4}{0}5^4 + \binom{4}{1}5^3 + \binom{4}{2}5^2 + \binom{4}{3}5^1 + \binom{4}{4} = ?$

- A) 5^1 B) 6^2 C) 5^4 D) 6^4 E) 5^5

5. $(x + y + a)^5$ açılımının sabit terimi 243 ise $a = ?$

If the constant term of $(x + y + a)^5$ expansion is 243, what is a ?

- A) -3 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

3. $(x^3 + y^3)^n$ açılımının bir terimi $A \cdot x^6 \cdot y^9$ ise $n = ?$

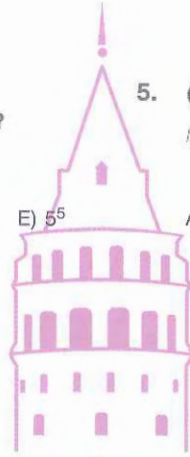
A term of the expansion $(x^3 + y^3)^n$ expansion is $A \cdot x^6 \cdot y^9$
what is n ?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 5 E) 6

6. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ açılımının ortanca terimini bulunuz?

Find the median term for the expansion $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$?

- A) 70 B) 56 C) $56 \cdot 2^4$ D) $70 \cdot 2^4$ E) 2^8



7. $(x^2 - y)^6$ açılımının baştan 3. terimini bulunuz.

Find the 3rd term from the beginning of $(x^2 - y)^6$ expansion.

- A) $15x^8y^2$ B) $20x^4y^2$ C) $15x^4y^2$
D) $-20x^4y$ E) $-15x^3y^3$

8. $(x - y)^6$ açılımının sondan 3. terimini bulunuz.

Find the 3rd term from the end of the $(x - y)^6$ expansion.

- A) $20x^4y^2$ B) $6x^5y$ C) $6xy^3$
D) $15x^2y^4$ E) $15x^4y^2$

9. $\binom{6}{0}x^6 - \binom{6}{1}x^5 + \binom{6}{2}x^4 - \binom{6}{3}x^3 + \binom{6}{4}x^2 - \binom{6}{5}x + 1$

ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

Which of the following is the statement?

- A) $(x + 1)^6$ B) $(x - 1)^6$ C) $(x - 1)^5$
D) $(x + 1)^5$ E) x^6

10. $(\sqrt{3} - 1)^4$ açılımının rasyonel terimler toplamı kaçtır?

What is the rational term of $(\sqrt{3} - 1)^3$ expansion?

- A) 30 B) 29 C) 28 D) 27 E) 19

- 11.

1	→	1. satır	Line 1			
1	1	→	2. satır			
1	2	1	→			
1	3	3	1	→		
1	4	6	4	1	→	
1	5	10	10	5	1	→

Yukarıda verilen satırlardan hangisi $(x + y)^5$ açılımının katsayılarıdır?

Which of the lines given above are the coefficients of the $(x + y)$ expansion?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

12. $\left(x^2 + \frac{3}{x^3}\right)^5$ açılımının sabit terimi kaçtır?

What is the constant term of the $\left(x^2 + \frac{3}{x^3}\right)^5$ expansion.

- A) 90 B) 80 C) 60 D) 30 E) 20^8

